



Fonction exponentielle

Cours / Code: FxExpoC001

I - Fonction exponentielle :

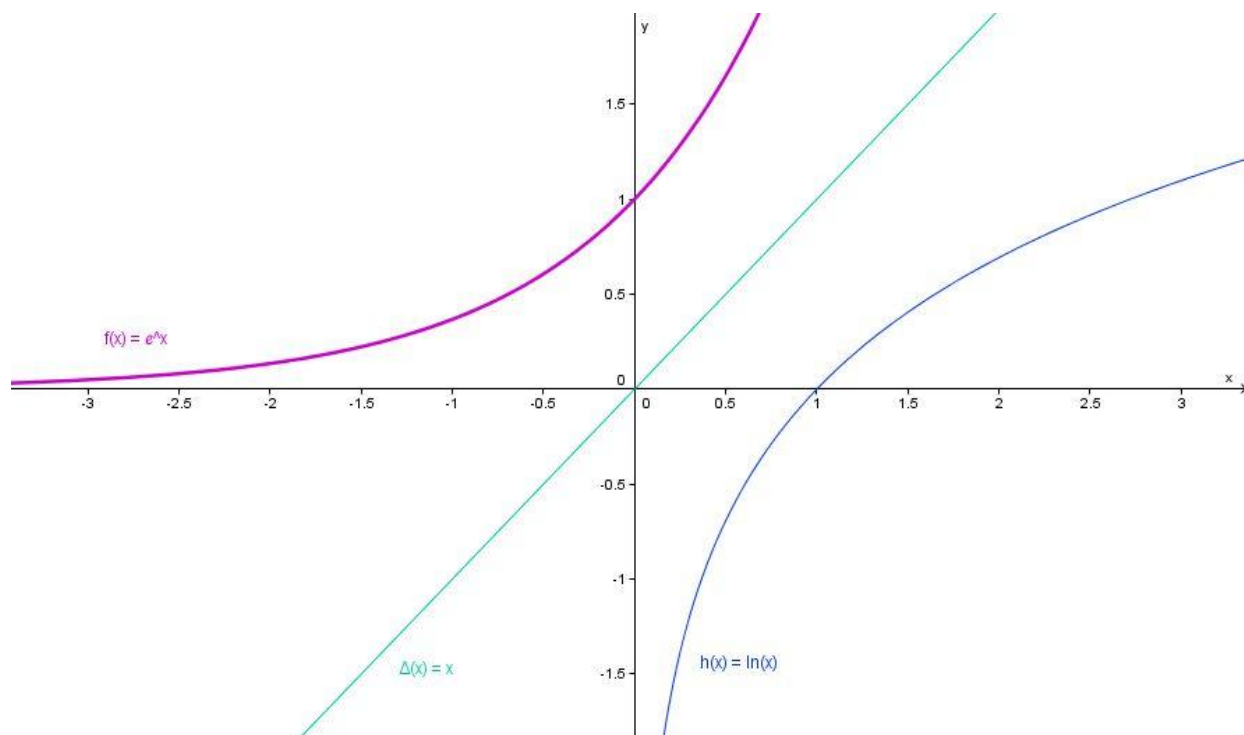
I.1 - Définition :

La fonction exponentielle définie dans \mathbb{R} à valeurs dans $]0, +\infty[$ est la bijection réciproque de la fonction Logarithme népérien qu'on note :

$$x \mapsto e^x \quad \text{où} \quad x \mapsto \exp(x)$$

Nb : La courbe représentative de $x \rightarrow e^x$ est la symétrie de celle de la fonction $x \rightarrow \text{Log}(x)$ par rapport à la droite $y = x$

Illustration graphique



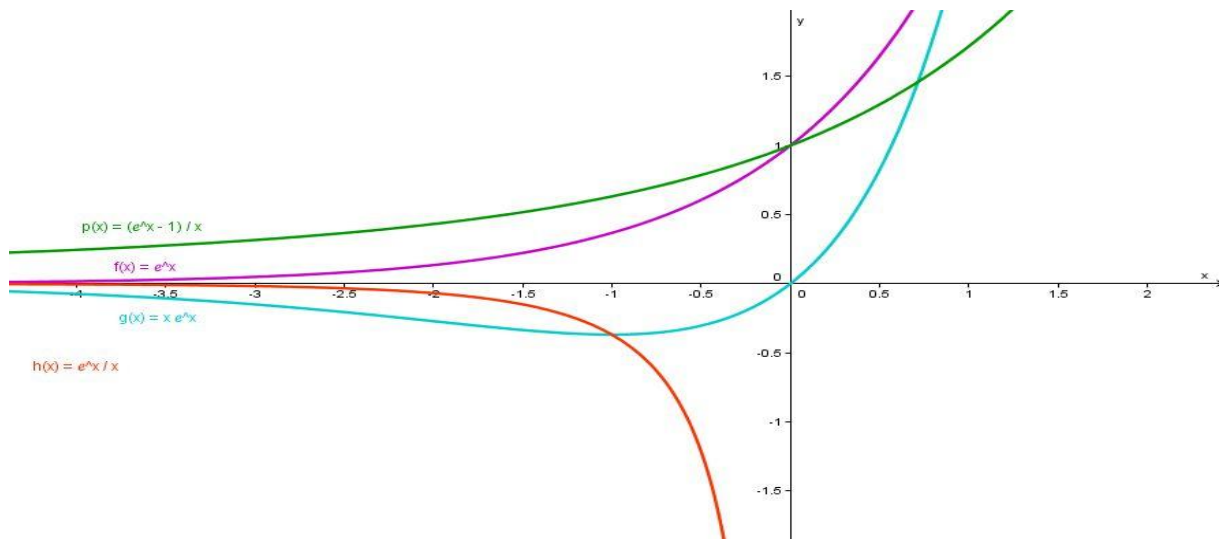
I.2 - Conséquence :

- ✓ $e^0 = 1$
- ✓ $e^1 = e$
- ✓ si $x \in \mathbb{R}_+^*$ $\text{Log}x = y \Leftrightarrow x = e^y$
- ✓ $x \in]0, +\infty[$, $e^{\text{Log}x} = x$
- ✓ $x \in \mathbb{R}$; $\text{Log}(e^x) = x$
- ✓ a et b deux réels $e^a = e^b \Leftrightarrow a = b$
- ✓ a et b deux réels $e^a > e^b \Leftrightarrow a > b$
- ✓ $x \mapsto e^x$ est strictement croissante sur \mathbb{R}

I.3 - Limites :

- ✓ $\lim_{x \rightarrow \infty} e^x = +\infty$
- ✓ $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0$
- ✓ $\lim_{x \rightarrow -\infty} x e^x = 0$
- ✓ $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x}{x} = +\infty$
- ✓ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$

Illustration graphiques



I.4 - Dérivée :

- ✓ La fonction exponentielle est dérivable sur \mathbb{R} et $(\exp)'(x) = \exp(x)$
- ✓ $F(x) = e^{U(x)}$ avec U est une fonction définie et dérivable sur un intervalle I alors F est dérivable sur I et $F'(x) = U'(x) e^{U(x)}$



I.5 - Propriétés algébriques :

a et b deux réels et $n \in \mathbb{Z}$:

✓ $e^{a+b} = e^a \cdot e^b$

✓ $e^{-a} = \frac{1}{e^a}$

✓ $e^{a-b} = \frac{e^a}{e^b}$

✓ $e^{na} = (e^a)^n$

II - Fonction exponentielle à base a:

✓ a est un réel strictement positif, la fonction $\exp_a : x \mapsto a^x$ définie sur \mathbb{R} est appelée **Fonction exponentielle à base a.**

✓ $a^x = e^{x \text{Log} a}$; $x \mapsto a^x$ est dérivable sur \mathbb{R} et $(a^x)' = \text{Log} a \cdot e^{x \text{Log} a} = a^x \cdot \text{Log} a$

Si $a > 1$:		Si $0 < a < 1$:	
x	$-\infty$ $+\infty$	x	$-\infty$ $+\infty$
a^x	0 $+\infty$	a^x	$+\infty$ 0

Suivre ce lien pour une : [Illustration Dynamique](#)

✓ **Propriétés :**

$a > 0$; $b > 0$; x et y deux réels quelconques

➤ $a^x \cdot b^x = (a \cdot b)^x$

➤ $a^x \cdot a^y = a^{x+y}$

➤ $a^{xy} = (a^x)^y$

➤ $a^{x-y} = \frac{a^x}{a^y}$

➤ $\left(\frac{a}{b}\right)^x = \frac{a^x}{b^x}$

